練習問題 1

① 波が進む速さは$v=\dfrac{\lambda}{T}$だから，時刻tの波形は，時刻 0 における波形をx軸の正の向きに

$\varDelta l=vt=\dfrac{\lambda}{T}t$だけ平行移動したものに等しい．

$$y(x\,,t)=y(x-\varDelta l\,,0)=A\sin 2\pi\frac{x-\varDelta l}{\lambda}=A\sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-\frac{t}{T}\right)$$

② 経過時間に注意しよう．時刻tの波形は，時刻t_0の波形をx軸の正の向きに

$\varDelta l=v(t-t_0)=\dfrac{\lambda}{T}(t-t_0)$だけ平行移動したものに等しい．

$$y(x\,,t)=y(x-\varDelta l\,,t_0)=A\sin 2\pi\frac{x-\varDelta l}{\lambda}=A\sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-\frac{t-t_0}{T}\right)$$

③ 経過時間と波の進む向きに注意しよう．時刻tの波形は，時刻t_0の波形をx軸の負の向きに

$\varDelta l=v(t-t_0)=\dfrac{\lambda}{T}(t-t_0)$だけ平行移動したものに等しい．

$$y(x\,,t)=y(x+\varDelta l\,,t_0)=A\cos 2\pi\frac{x+\varDelta x}{\lambda}=A\cos 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}+\frac{t-t_0}{T}\right)$$

④ 時刻$t=2\ \mathrm{s}$の波形は，

$$y(x\,,2)=-0.3\sin 2\pi\frac{x}{5}$$

波が進む速さは$v=\dfrac{\lambda}{T}=\dfrac{5\ \mathrm{m}}{0.5\ \mathrm{s}}=10\ \mathrm{m/s}$だから，時刻$t$の波形は，時刻$t=2\ \mathrm{s}$の波形を$x$軸の正の向きに$\varDelta l=v(t-2)=10t-20\ \mathrm{m}$だけ平行移動したものに等しい．

$$\begin{aligned}y(x\,,t)&=y(x-\varDelta l\,,2)=-0.3\sin 2\pi\frac{x-\varDelta l}{5}=-0.3\sin 2\pi\frac{x-10t+20}{5}\\&=-0.3\sin\left\{2\pi\left(\frac{x}{5}-2t+4\right)\right\}=-0.3\sin\left\{2\pi\left(\frac{x}{5}-2t\right)\right\}\\&=0.3\sin\left\{4\pi\left(t-\frac{x}{10}\right)\right\}\end{aligned}$$

練習問題 2

① 波の進む速さは $v=\dfrac{\lambda}{T}$ だから，原点から位置 x まで波が伝わるのにかかる時間は，

$\Delta t=\dfrac{x}{v}=\dfrac{xT}{\lambda}$ である．よって，時刻 t における位置 x の媒質の変位は，時刻 $t'=t-\Delta t=t-\dfrac{xT}{\lambda}$ における原点の媒質の変位に等しい．

$$y(x\,,t)=y(0\,,t')=A\sin 2\pi\frac{t'}{T}=A\sin\left\{2\pi\frac{1}{T}\left(t-\frac{xT}{\lambda}\right)\right\}=A\sin\left\{2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right\}$$

② 波の進む速さは $v=\dfrac{\lambda}{T}$ だから，位置 x_0 から位置 x まで波が伝わるのにかかる時間は，

$\Delta t=\dfrac{x-x_0}{v}=\dfrac{(x-x_0)T}{\lambda}$ である．よって，時刻 t における位置 x の媒質の変位は，時刻 $t'=t-\Delta t=t-\dfrac{(x-x_0)T}{\lambda}$ における位置 x_0 の媒質の変位に等しい．

$$\begin{aligned}y(x\,,t)&=y(x_0\,,t')=A\sin 2\pi\frac{t'}{T}\\&=A\sin\left\{2\pi\frac{1}{T}\left(t-\frac{(x-x_0)T}{\lambda}\right)\right\}=A\sin\left\{2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}+\frac{x_0}{\lambda}\right)\right\}\end{aligned}$$

③ 波が進む向きに注意すると，位置 L から位置 x まで波が伝わるのにかかる時間は，

$\Delta t=\dfrac{L-x}{v}=\dfrac{(L-x)T}{\lambda}$ である．よって，時刻 t における位置 x の媒質の変位は，時刻 $t'=t-\Delta t=t-\dfrac{(L-x)T}{\lambda}$ における位置 L の媒質の変位に等しい．

$$\begin{aligned}y(x\,,t)&=y(x_0\,,t')=A\sin\left(2\pi\frac{t'}{T}+\pi\right)\\&=A\sin\left\{2\pi\frac{1}{T}\left(t-\frac{(L-x)T}{\lambda}\right)+\pi\right\}=A\sin\left\{2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}+\frac{L}{\lambda}\right)+\pi\right\}\end{aligned}$$

④　波が進む速さは$v=\dfrac{\lambda}{T}=\dfrac{5\ \mathrm{m}}{0.5\ \mathrm{s}}=10\ \mathrm{m/s}$である．

(1)　図の波がx軸の正の向きに動き出すと，原点は$+y$向きに動き出す．このことに注意すると，任意の時刻の原点の振動を表す式は，

$$y(0\,,t)=0.3\sin\left\{2\pi\frac{t}{0.5}\right\}=0.3\sin\{4\pi t\}$$

(2)　波の進む速さは$v=10\ \mathrm{m/s}$だから，原点から位置xまで波が伝わるのにかかる時間は，$\Delta t=\dfrac{x}{v}=\dfrac{x}{10}\mathrm{s}$である．よって，時刻$t$における位置$x$の媒質の変位は，時刻$t'=t-\Delta t=t-\dfrac{x}{10}$における原点の媒質の変位に等しい．

$$y(x\,,t)=y(0\,,t')=0.3\sin\{4\pi t'\}=0.3\sin\left\{4\pi\left(t-\frac{x}{10}\right)\right\}$$

これは，確かに練習問題1の④の結果に一致する．